

ESTOTE PARATI

Ripasso estivo di matematica per le future prime – a.s. 2020/2021

Al rientro dalle vacanze estive inizierai la tanto attesa “prima liceo classico”.

I primi mesi di scuola **la matematica** sarà un ripasso di quanto hai già visto nella scuola precedente, quindi inizierai lo studio gradualmente.

L'insieme N ormai lo conosci da tempo e con i numeri naturali sai già eseguire le operazioni (dove possibile). Anche con i numeri interi (l'insieme Z) hai già lavorato. Riprenderemo dalle frazioni.

E' meglio però fare un ripasso generale ed arrivare già un po' allenati per evitare “brutte figure”.

Per prepararti ti invitiamo a svolgere i seguenti esercizi che riguardano più argomenti (quelli contrassegnati in **colore giallo** sono **da sapere molto bene**, argomenti **considerati già assimilati**, quelli in **azzurro** saranno **ripresi in classe insieme** ed **oggetto di verifica**)

Annota pure quelli che trovi più complessi o che non sai svolgere.

Buon lavoro!

1. Le proprietà delle potenze con i numeri naturali

-Completa le uguaglianze applicando le proprietà delle potenze.

$$\begin{array}{llll} 5^{\dots} \cdot 5^3 = 5^9; & 3^8 \cdot (\dots)^8 = 15^8; & 8^9 : 8^{\dots} = 8^6; & (7^{\dots})^4 = 7^{20}. \\ 3^{\dots} \cdot 3^5 = 3^9; & (6^3)^{\dots} = 6^{21}; & 9^3 \cdot 9^{\dots} = 9^{10}; & (\dots)^4 : 2^4 = 9^4. \\ 14^5 : (\dots)^5 = 2^5; & 6^4 \cdot (\dots)^8 = 24^4; & (5^{\dots})^3 : 125 = 5^3; & 10^4 \cdot 10 : 10^{\dots} = 100. \\ 15^7 : (\dots)^7 = 3^7; & 2^4 \cdot (\dots)^4 = 36^2; & (10^{\dots})^3 : 1000 = 10^6; & 12^3 \cdot 12 : 12^{\dots} = 144. \end{array}$$

-Calcola il valore delle seguenti espressioni applicando le proprietà delle potenze.

257 $10 \cdot [6^2 \cdot 2^2 : (3^2 \cdot 2^2)] + 3^2 - 2^2 - (5 \cdot 10 - 7^2) - 10^3 : 5^3$ [36]

258 $[(6^2 \cdot 6^4) : (6 \cdot 6^2)]^2 : (6^2)^2 - [(2^2 \cdot 8^2) : 16] \cdot 2$ [4]

259 $2 \cdot 6 - (3^2 + 1) + (2^2 \cdot 3^2)^0 + 15^3 : 5^3 - (3^2)^2 : 3^3$ [27]

260 $7 \cdot [(5^2 \cdot 5^3)^3 : 5^{14}] - 3 \cdot 2^0 - 6^5 : 3^5$ [0]

261 $7 \cdot 4 + (2^6 : 2^4)^0 - 5^6 : 25^2 + (5^2 - 6 \cdot 4) \cdot (5^3 : 5^2)$ [9]

262 $15 \cdot [(12^2 : 3^2) : 2^2] - [(2^2)^2] + 7 \cdot 3 - (20^4 : 5^4)^0 - 15^3 : 5^3$ [37]

2. Il massimo comune divisore e il minimo comune multiplo

-Scrivi i seguenti prodotti come prodotti di potenze di numeri primi.

1) $12 \cdot 4 \cdot 7;$ $2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 9;$ $11 \cdot 66 \cdot 2;$ $20 \cdot 15 \cdot 30.$

2) $4 \cdot 15 \cdot 14;$ $16 \cdot 18 \cdot 3 \cdot 6;$ $54 \cdot 8 \cdot 6;$ $25 \cdot 40 \cdot 35.$

-Calcola il M.C.D. e il m.c.m. fra i seguenti gruppi di numeri:

- a) 144, 24, 60 b) 30, 33, 35; c) 44, 24, 80, 100 d) 240, 150, 54

-Svolgi i seguenti problemi:

- Tre funivie partono contemporaneamente da una stessa stazione sciistica. La prima compie il tragitto di andata e ritorno in 15 minuti, la seconda in 18 minuti, la terza in 20. Dopo quanti minuti partiranno di nuovo insieme. (tre ore)
- Un pasticciere ha a disposizione 36 cannoncini alla crema, 30 bignè, 84 crostatine alla frutta e 24 babà. Vuole confezionare il massimo numero possibile di vassoi uguali, ciascuno contenente tutti i tipi di pasticcini a disposizione in modo da non avanzarne alcuno. Quanti vassoi puoi preparare? Quanti pasticcini di ogni tipo deve contenere ogni vassoio? (6 vassoi; 6 cannoncini, 5 bignè, 14 crostatine, 4 babà)

GLI INTERI, ripassa aiutandoti con questa sintesi

IN SINTESI

I numeri interi

■ Che cosa sono i numeri interi

L'insieme dei **numeri interi** \mathbb{Z} è costituito dai numeri interi positivi, dai numeri interi negativi e dallo 0. I numeri **opposti** sono i numeri con segno diverso ottenuti dallo stesso numero naturale. Due interi, diversi da 0, sono **concordi** se hanno lo stesso segno, **discordi** se hanno segno diverso. Il **valore assoluto** o **modulo** di un numero intero è:

- il numero stesso se è positivo o è 0;
- l'opposto del numero se è negativo.

L'insieme degli interi è **ordinato** e può essere rappresentato su una retta orientata.

La **differenza di due interi** è la somma del minuendo con l'opposto del sottraendo:

$$a - b = a + (-b).$$

ESEMPIO $(-4) - (+6) = (-4) + (-6) = -10.$

■ L'addizione e la sottrazione

La **somma di due interi concordati** è un intero che ha come valore assoluto la somma dei valori assoluti degli addendi e come segno il segno comune agli addendi.

ESEMPIO $(-44) + (-4) = -(44 + 4) = -48.$

La **somma di due interi discordati** è un intero che ha come valore assoluto la differenza fra il maggiore e il minore dei valori assoluti degli addendi e come segno il segno dell'addendo che ha valore assoluto maggiore.

ESEMPIO $(-19) + (+9) = -(19 - 9) = -10.$

■ La moltiplicazione, la divisione e la potenza

Il **prodotto di due interi** ha per valore assoluto il prodotto dei valori assoluti, segno positivo se i fattori sono concordati, segno negativo se i fattori sono discordati.

ESEMPIO $(-3) \cdot (-6) = +18;$
 $(-3) \cdot (+6) = -18.$

Il **quoziente di due interi**, di cui il primo multiplo del secondo, ha per valore assoluto il quoziente dei valori assoluti, segno positivo se dividendo e divisore sono concordati, segno negativo se dividendo e divisore sono discordati.

ESEMPIO $(-18) : (-3) = +6;$
 $(+18) : (-3) = -6.$

La **potenza di un intero**, con esponente naturale, ha per valore assoluto la potenza del valore assoluto e segno negativo se la base è negativa e l'esponente è dispari, segno positivo altrimenti.

ESEMPIO $(-2)^3 = -8;$
 $(-2)^4 = +16.$

In \mathbb{Z} valgono le stesse **proprietà delle operazioni e delle potenze** che valgono in \mathbb{N} .
 \mathbb{Z} è un ampliamento di \mathbb{N} .

■ Le leggi di monotonia

Se	Prima legge	Seconda legge
$a = b$	$a + c = b + c$	$ac = bc (c \neq 0)$
$a < b$	$a + c < b + c$	$ac < bc$ se $c > 0$; $ac > bc$ se $c < 0$
$a > b$	$a + c > b + c$	$ac > bc$ se $c > 0$; $ac < bc$ se $c < 0$

Le lettere a, b, c rappresentano numeri interi qualunque.

3. Le operazioni nell'insieme dei numeri interi

-Completa le seguenti tabelle.

Tabella 1

a	-4	+4	-3	+15		+6	0	+8	+5	+3
b	+9	-4		-6	0	+6	-5		+8	-8
$a - b$			0		-9			0		

a	-13	+11		-2	-4	+5	-9			+7
b	+4		-6		7			-18	-6	-7
$a + b$		+5	-9	0		-8	+2	-5	-6	

Tabella 2

a	+2	-2	+3	-5	0		+9	-7	+10	
b	-3	-5			-4	-2	+1		+3	-1
$a \cdot b$			-6	+10		+18	-6	-27		

a	-12	+121	-64	+24	0	-36	-5	-81		
b	+3	+11			-4			-27	-5	+7
$a : b$			-8	-6		-4	+5		+9	-5

-Rispondi

14 **INTORNO A NOI** **Grandi menti** Archimede nacque nel 287 a.C. e morì all'età di 75 anni; in quale anno? Anche Pitagora visse 75 anni e morì nel 495 a.C.; in quale anno nacque? Talete invece nacque nel 624 a.C. e morì nel 547 a.C.; a quale età?

15 **INTORNO A NOI** Ieri con € 68 in tasca ho acquistato l'abbonamento mensile per l'autobus, per € 36. Poi ho incontrato un mio amico, che mi ha restituito € 17 che gli avevo prestato. Successivamente, ho comprato dei guanti a € 12 e un berretto a € 7. Infine, facendo la spesa al supermarket dove avrei dovuto pagare € 26, con la carta fedeltà ho ottenuto uno sconto di € 4. Quanti euro mi sono rimasti? [€ 8]

Brrr...! La temperatura può essere espressa in gradi Celsius (°C) o in kelvin (K), e tra le due temperature vale la seguente relazione: $T_K = t_C + 273$.

- Qual è la misura in kelvin della temperatura indicata dal termometro come -4 °C?
- Se l'acqua diventa ghiaccio a 0 °C, congela a temperatura più alta l'acqua o l'alcol, che ha una temperatura di congelamento di 158 K?

- Il prodotto di due numeri interi relativi è +6, la loro somma è -5. Quali sono i due numeri?
- Determina due numeri relativi aventi come prodotto +12 e come somma -7.
- Determina due numeri relativi aventi come prodotto -2 e come somma +1.

-Scrivi, tra le seguenti coppie di numeri relativi, il simbolo corretto tra > e <

- | | |
|--------------------|--------------------|
| a) $-5 \dots -2$; | g) $+3 \dots -3$; |
| b) $-3 \dots +5$; | h) $-1 \dots -5$; |
| c) $-2 \dots +2$; | i) $0 \dots +1$; |
| d) $-5 \dots 0$; | j) $+3 \dots 0$; |
| e) $-3 \dots -5$; | k) $0 \dots -2$; |

-Applica le proprietà delle potenze

- | | |
|---|--|
| a) $(-3)^2 \cdot (-3)^3 = (-3) \dots$; | e) $(-6)^4 \cdot (+2)^4 = (\dots)^4$; |
| b) $(-2)^4 \cdot (-2)^5 = (-2) \dots$; | f) $[(+2)^4]^3 = (+2) \dots$; |
| c) $(-5) \cdot (-5)^2 = (-5) \dots$; | g) $[(-3)^2]^3 = (+3) \dots$ |

d) $(-10)^2 \cdot (-5)^2 = (\dots)^2$;

h) $(-3)^3 \cdot (+3)^3 = \dots$;

-Semplifica le seguenti espressioni applicando le proprietà delle potenze

5 $[(+2)^3 : (+2) + (-3)^2 : (-3) + (-2)^4 : (-2)^3]^2 - [(+2 - 7)^2 - (+5 - 3)^3 - (-3)^2]$ [-7]

6 $(-15)^3 : 5^3 - [9 \cdot 4 : (-6) - 14] : 5 \cdot 5^2 + \{[(-20)^4 : (5)^8] : (-4)^6 - 2^3\} \cdot (-2)^3$ [+9]

7 $(-2)^5 \cdot (-2)^2 : \{-9 + 3 \cdot (-12 + 5) + 24 : [(-3)^4 - 5^3 + 2 \cdot 16]\} + (2^2 \cdot 35 - 12^2)$ [0]

8 $\{[(-6)^3 : (+3)^3 \cdot (-2)^3 - (-2)^2] : (9^2 : 3 - 3 \cdot 7)\}^2 - 11 \cdot (-3)^2 - (-6)^2 : 2^2$ [-8]

4. Le frazioni

1)

Cancela le frazioni che non sono equivalenti alla prima; fra quelle rimaste, cerchia la frazione ridotta ai minimi termini.

23 $\frac{4}{10}, \frac{2}{9}, \frac{2}{5}, \frac{6}{10}, \frac{6}{15}, \frac{16}{20}, \frac{16}{21}, \frac{16}{40}, \frac{15}{35}$.

24 $\frac{80}{12}, \frac{21}{4}, \frac{40}{6}, \frac{60}{9}, \frac{60}{27}, \frac{10}{15}, \frac{20}{3}, \frac{100}{15}, \frac{120}{20}$.

2)

Riduci ai minimi termini le seguenti frazioni

26 $\frac{12}{25}, \frac{15}{18}, \frac{12}{27}, \frac{9}{16}$.

27 $\frac{24}{26}, \frac{60}{15}, \frac{20}{8}, \frac{63}{21}$.

3)

Semplifica le frazioni dei tre gruppi seguenti e poi trova il loro minimo comune denominatore.

a. $\frac{3}{21}, \frac{5}{20}, \frac{2}{42}$; b. $\frac{4}{30}, \frac{20}{24}, \frac{25}{60}$; c. $\frac{8}{20}, \frac{9}{30}, \frac{15}{90}$.

4) Stabilisci tra quali numeri è compresa la frazione $\frac{1}{6}$: a) tra 0 e 1; b) tra 1 e 6; c) tra 5 e 6

5) Rappresenta su una retta orientata le seguenti frazioni

43 $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{2}, \frac{8}{5}, \frac{7}{8}$.

44 $-\frac{5}{6}, \frac{3}{2}, \frac{5}{4}, -\frac{8}{9}, \frac{3}{3}, \frac{9}{5}$.

6)

53 **COMPLETA** inserendo uno dei simboli $<, >, =$.

$-\frac{7}{8} \square -\frac{5}{6}; \quad -\frac{8}{15} \square \frac{11}{20}; \quad \frac{7}{9} \square \frac{29}{33}$.

Scrivi le frazioni dei seguenti insiemi come frazioni aventi lo stesso denominatore, e indica la maggiore.

54 $\frac{5}{4}, \frac{11}{12}, \frac{7}{6}$.

55 $-\frac{3}{10}, -\frac{7}{25}, -\frac{5}{6}$.

7) Quale dei seguenti numeri è più vicino a 1? a) 0,10 b) 0,99 c) 0,01 d) 0,90

8) Quale dei seguenti numeri è più vicino alla frazione $\frac{1}{10}$? a) 0,01 b) 0,90 c) 1,01 d) 0,19 224

9) Scrivi due numeri compresi tra a) 2,3 e 3,4 b) 3,4 e 3,6 c) 2,3 e 2,4

10) Scegli la risposta esatta tra le quattro indicate (A, B, C, o D), sbarrando il quadratino corrispondente.

1 $\frac{5}{4}$ è compreso tra... A tra 0 e 1 B tra 1 e 2
C tra 2 e 4 D tra 4 e 5

2 $-2,5$ è compreso tra... A tra -1 e 0 B tra -2 e -1
C tra -3 e -2 D tra -4 e -3

11) Rispondi ai seguenti quesiti:

- quale frazione dell'anno è il mese? E il giorno? Quale frazione della settimana è il giorno?
- quale frazione dell'ora è il minuto? E il secondo?

12) *Scrivi, dopo ogni operazione, il suo risultato (se è una frazione, deve essere scritta ai minimi termini). Se ti serve, puoi fare dei calcoli su un tuo foglio di brutta, ma non usare la calcolatrice.*

$$3: \frac{1}{6} =$$

La metà di $\frac{3}{5}$ è

$$\frac{3}{5} \text{ di } \frac{3}{5} \text{ è}$$

Il doppio di $\frac{3}{5}$ è

$$\frac{3}{5} \text{ di } 3 \text{ è}$$

$$\frac{3}{5} \text{ della metà di } 3 \text{ è}$$

13) Per ogni operazione della prima colonna scegli la conclusione che ti sembra esatta tra le quattro indicate nelle caselle successive, senza usare né carta e penna né calcolatrice. Poi scrivi la lettera corrispondente (A, B, C, o D) nell'ultima colonna.